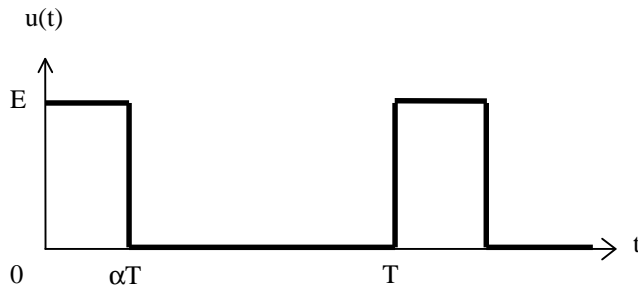


EXERCICES D'ELECTRICITE

REGIME VARIABLE

ENONCES

Exercice 1 : Tension rectangulaire



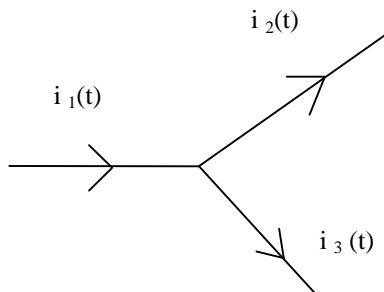
$u(t)$ est une tension de période T et de rapport cyclique α .
Calculer la valeur moyenne $\langle u \rangle$ et la valeur efficace U de la tension u .

A.N. $E = 5V$; $\alpha = 0,5$.

Avec les valeurs numériques ci-dessus, calculer la valeur efficace U' de la composante alternative.

Vérifier que $U^2 = \langle u \rangle^2 + U'^2$.

Exercice 2 : Régime sinusoïdal



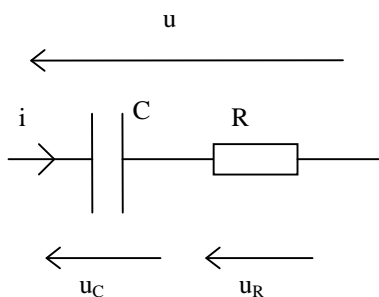
$$i_1(t) = 4\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{3})$$

$$i_2(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{5\pi}{6})$$

Déterminer $i_3(t)$ par la méthode des vecteurs de Fresnel et par la méthode des nombres complexes.

Calculer φ_{i_1/i_2} , φ_{i_2/i_3} et φ_{i_1/i_3} .

Exercice 3 : Régime sinusoïdal



1) Représentation de Fresnel :

Construire \vec{U}_R , \vec{U}_C et \vec{U} .

En déduire l'expression de Z_{eq} ainsi que l'expression du déphasage φ de u par rapport à i .
Quelle plage de valeurs peut prendre le déphasage?

2) Utilisation des nombres complexes :

Déterminer Z_{eq} .

En déduire Z_{eq} et φ .

3) Applications numériques

On donne $U = 5 \text{ V}$, $f = 10 \text{ kHz}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$ et $C = 10 \text{ nF}$.

Calculer I , φ , U_R et U_C .

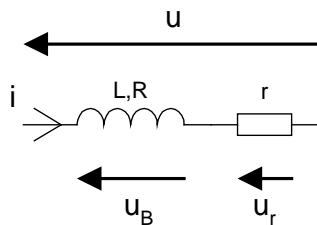
Comparer U et $U_R + U_C$. Commentaires ?

Pour quelle fréquence a-t-on $U_C = U_R$?

Exercice 4 : Régime sinusoïdal

Une bobine réelle est équivalente à une résistance R en série avec une inductance L .

On la branche en série avec une résistance $r = 8 \Omega$.



On donne $f = 50 \text{ Hz}$, $U = 14 \text{ V}$, $U_B = 8 \text{ V}$ et $U_r = 8 \text{ V}$.

1) Calculer I .

2) Construction de Fresnel :

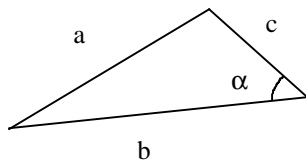
a) Construire \vec{U}_r , \vec{U}_B et \vec{U} .

Calculer $\varphi_{u/i}$ et $\varphi_{uB/i}$.

b) A partir de \vec{U}_B construire \vec{U}_R et \vec{U}_L .

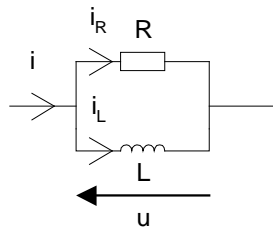
En déduire R et L .

Rappel : dans un triangle quelconque :



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

Exercice 5 : Régime sinusoïdal



Déterminer Y_{eq} .

En déduire Y_{eq} et $\varphi_{u/i}$.

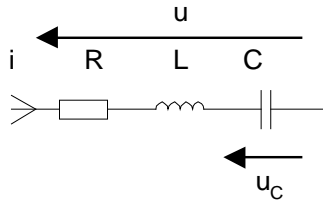
Applications numériques

On donne $U = 2 \text{ V}$, $f = 15 \text{ kHz}$, $R = 4,7 \text{ k}\Omega$ et $L = 65 \text{ mH}$.

Calculer I_R , I_L , I , $\varphi_{u/i}$, $\varphi_{i_L/i}$ et φ_{i/i_R} .

Pour quelle fréquence a-t-on $\varphi_{u/i} = 45^\circ$?

Exercice 6 : Régime sinusoïdal



Déterminer Z_{eq} .

En déduire Z_{eq} et $\varphi_{u/i}$.

Quand u et i sont en phase on dit qu'il y a *résonance*.

Que vaut alors Z_{eq} ?

A quelle pulsation ω_0 a lieu la résonance ?

$Q = \frac{U_C}{U}$ est appelé coefficient de surtension.

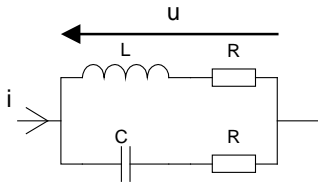
Montrer qu'à la résonance $Q_0 = \frac{1}{RC\omega_0}$

A.N.

$R = 440 \Omega$, $C = 1 \text{ nF}$, $U = 5 \text{ V}$, $L = 100 \text{ mH}$ et $U = 5 \text{ V}$.

Calculer ω_0 , Q_0 et U_{C0} . Commentaire ?

Exercice 7 : Régime sinusoïdal



Déterminer Z_{eq} .

Si $LC\omega^2 = 1$ que vaut le déphasage entre u et i ?

CORRIGES

Exercice 1

$$\langle u \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\alpha T} E dt + \int_{\alpha T}^T 0 dt \right) = \frac{1}{T} [E t]_{t=0}^{\alpha T} = \alpha E = 2,5 \text{ V}$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\alpha T} E^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} [E^2 t]_{t=0}^{\alpha T}} = \sqrt{\alpha} E = 3,536 \text{ V}$$

$u(t) = \langle u \rangle + u'(t)$: $u'(t)$ désigne la composante alternative.

$$0 < t < 0,5T : u'(t) = u(t) - \langle u \rangle = 5 - 2,5 = +2,5 \text{ V}$$

$$0,5T < t < T : u'(t) = u(t) - \langle u \rangle = 0 - 2,5 = -2,5 \text{ V}$$

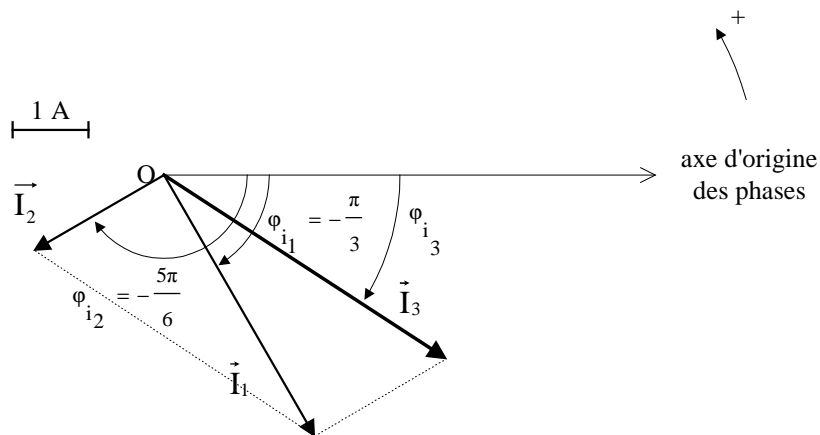
$$U' = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u'^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{0,5T} 2,5^2 dt + \int_{0,5T}^T (-2,5)^2 dt \right)} = 2,5 \text{ V}$$

On vérifie bien que : $U^2 = \langle u \rangle^2 + U'^2$.

Exercice 2

- vecteurs de Fresnel

Loi des nœuds : $\vec{I}_3 = \vec{I}_1 - \vec{I}_2$



Graphiquement :

$$I_3 \approx 4,5 \text{ A}$$

$$\varphi_{i3} \approx -33^\circ \approx -0,58 \text{ rad}$$

$$\text{d'où } i_3(t) \approx 4,5\sqrt{2} \sin(\omega t - 0,58)$$

- nombres complexes

$$\begin{aligned} \underline{I}_3 &= \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = \left(4, -\frac{\pi}{3}\right) - \left(2, -\frac{5\pi}{6}\right) = (2 - 2\sqrt{3}j) - (-\sqrt{3} - j) \\ &= 2 + \sqrt{3} + (1 - 2\sqrt{3})j = (4,472; -0,584 \text{ rad}) \end{aligned}$$

Finalemment: $i_3(t) = 4,472\sqrt{2} \sin(\omega t - 0,584)$

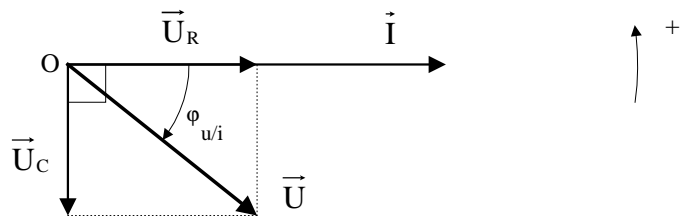
$\varphi_{i1/i2} = -\pi/3 - (-5\pi/6) = +\pi/2 = +90^\circ$: i_1 est en quadrature avance sur i_2

$\varphi_{i2/i3} = -5\pi/6 - (-0,584) = -2,034 \text{ rad} = -116^\circ$

$\varphi_{i1/i3} = \varphi_{i1/i2} + \varphi_{i2/i3} = -0,463 \text{ rad} = -26^\circ$

Exercice 3

1) $\vec{U} = \vec{U}_C + \vec{U}_R$



Par définition : $Z_{eq} = \frac{U}{I}$

Théorème de Pythagore : $U^2 = U_R^2 + U_C^2$

Avec : $U_R = RI$ et $U_C = \frac{I}{C\omega}$

D'où : $Z_{eq}^2 = \frac{U^2}{I^2} = R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2$

Finalemment : $Z_{eq} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$\tan \varphi = -\frac{U_C}{U_R} = -\frac{1}{RC\omega}$

soit : $\varphi = -\arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$

Le déphasage φ est compris entre -90° et 0° .

2) $\underline{Z}_{eq} = R - \frac{j}{C\omega}$

$Z_{eq} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$

$\tan \varphi = \frac{-\frac{1}{C\omega}}{R}$ d'où : $\varphi = -\arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$

3) Loi d'Ohm : $I = \frac{U}{Z_{eq}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}} = 2,66 \text{ mA}$

$\varphi = -\arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right) = -58^\circ = -1,01 \text{ rad}$

$U_R = RI = 2,66 \text{ V}$

$$U_C = \frac{I}{C\omega} = 4,23 \text{ V}$$

On remarque que : $U \neq U_R + U_C$

Les valeurs efficaces ne s'additionnent pas (sauf cas particulier).

$$U_R = U_C \Rightarrow RI = \frac{I}{C\omega} \text{ soit : } RC\omega = 1$$

$$f = \frac{1}{2\pi RC} = 15,9 \text{ kHz}$$

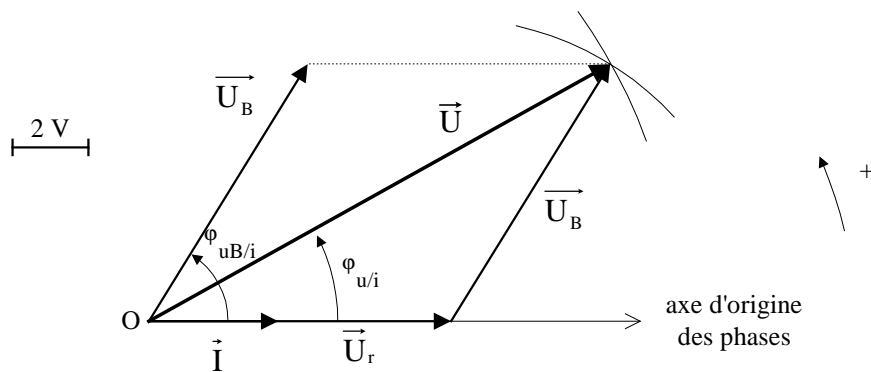
Exercice 4

1) Loi d'Ohm : $U_r = r I$

A.N. $I = 1 \text{ A}$

2) Construction de Fresnel :

a) $\vec{U} = \vec{U}_r + \vec{U}_B$



Dans le triangle délimité par les trois vecteurs :

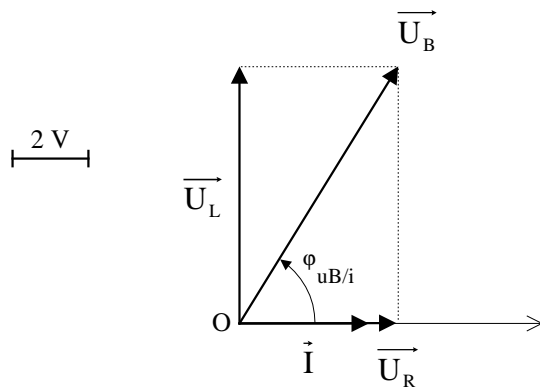
$$U_B^2 = U^2 + U_r^2 - 2UU_r \cos \varphi_{u/i}$$

$$\cos \varphi_{u/i} = \frac{U^2 + U_r^2 - U_B^2}{2UU_r} = 0,875$$

$$\varphi_{u/i} \approx +29^\circ$$

Pour des raisons de symétrie : $\varphi_{uB/i} = 2\varphi_{u/i} \approx +58^\circ$

b) $\vec{U}_B = \vec{U}_R + \vec{U}_L$



$$U_R = U_B \cos \varphi_{uB/i} = 4,25 \text{ V}$$

$$R = \frac{U_R}{I} = 4,25 \Omega$$

$$U_L = U_B \sin \varphi_{uB/i} = 6,78 \text{ V}$$

$$L = \frac{U_L}{\omega I} = 21,6 \text{ mH}$$

Exercice 5

$$\underline{Y}_{eq} = \underline{Y}_R + \underline{Y}_L = \frac{1}{R} - \frac{j}{L\omega}$$

$$Y_{eq} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{L\omega}\right)^2}$$

$$\varphi_{u/i} = -\arg \underline{Y} = -\arctan\left(\frac{-\frac{1}{L\omega}}{\frac{1}{R}}\right) = \arctan\left(\frac{R}{L\omega}\right)$$

Applications numériques

$$I_R = U/R = 0,43 \text{ mA}$$

$$I_L = \frac{U}{L\omega} = 0,33 \text{ mA}$$

$$I = Y_{eq}U = 0,54 \text{ mA}$$

$$\varphi_{u/i} = +37^\circ$$

$$\varphi_{iL/i} = \varphi_{iL/u} + \varphi_{u/i} = -90 + 37 = -53^\circ$$

$$\varphi_{i/R} = \varphi_{i/u} = -37^\circ$$

$$\tan \varphi_{u/i} = \frac{R}{L\omega}$$

$$\text{Si } \varphi_{u/i} = 45^\circ \text{ alors } \frac{R}{L\omega} = 1$$

$$\text{soit : } f = \frac{R}{2\pi L} = 11,5 \text{ kHz}$$

Exercice 6

$$\underline{Z}_{\text{eq}} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

$$Z_{\text{eq}} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

$$\varphi_{u/i} = \arg \underline{Z} = \arctan\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$$

$$\varphi_{u/i} = 0 \Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad \text{et : } \underline{Z}_{\text{eq}} = R$$

A la résonance, le circuit a un comportement purement résistif.

$$L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0 \text{ d'où : } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$U = Z_{\text{eq}}I \quad \text{et : } U_C = \frac{I}{C\omega} \quad \text{donc : } Q = \frac{1}{Z_{\text{eq}}C\omega}$$

$$\text{A la résonance : } Q_0 = \frac{1}{RC\omega_0}$$

$$\text{A.N. } \omega_0 = 10^5 \text{ rad/s ; } Q_0 = 22,7 ; U_{C0} = Q_0U = 114 \text{ V}$$

On dépasse la tension maximale admissible par le condensateur (63 V) : il y a destruction du condensateur (« claquage » du diélectrique).

Exercice 7

$$\underline{Z}_{\text{eq}} = (R + jL\omega) // (R - \frac{j}{C\omega}) = \frac{(R + jL\omega)(R - \frac{j}{C\omega})}{2R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})} = \frac{R^2 + jR(L\omega - \frac{1}{C\omega}) + \frac{L}{C}}{2R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})}$$

$$LC\omega^2 = 1 \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad \text{et : } \underline{Z}_{\text{eq}} = \frac{R^2 + \frac{L}{C}}{2R}$$

$\underline{Z}_{\text{eq}}$ est un réel positif (pas de partie imaginaire) : $\arg \underline{Z}_{\text{eq}} = 0$

$\varphi_{u/i} = 0^\circ$: u et i sont en phase.