

Puissance et vitesse en cyclisme

Version 1.0.9

Mots clés : cyclisme, sciences physiques, mécanique, puissance, énergie, vitesse, vélo de course, frottement de l'air

Sommaire

1. Frottement de l'air
 2. Cycliste se déplaçant sur terrain plat
 3. Cycliste se déplaçant sur terrain plat : influence du vent
 - 3.1. Vent de face
 - 3.2. Vent de dos
 4. Cycliste en côte
 - 4.1. Pourcentage d'une pente
 - 4.2. Vitesse ascensionnelle
 - 4.3. Bilan des forces
 5. Cycliste en descente
 6. Détermination expérimentale du coefficient de frottement dans l'air K
- Bibliographie**

Pour la suite, on suppose qu'il s'agit d'un bon vélo de course, et on néglige :

- les frottements des pneus
- les frottements mécaniques de la chaîne
- les pertes dues à la déformation du cadre...

On ne tient compte que du frottement de l'air.

1. Frottement de l'air

On suppose qu'il n'y a pas de vent.

Le frottement de l'air se traduit par une force \vec{F}_{air} opposée au déplacement du cycliste.
L'intensité de la force de frottement de l'air F_{air} est proportionnelle au carré de la vitesse.

Sous forme mathématique : $F_{\text{air}} = KV^2$ (1)

F_{air} se mesure en newton (N)

V la vitesse se mesure ici en mètre par seconde (m/s)

K est une constante que nous appellerons « coefficient de frottement de l'air ».

K se mesure en $\text{N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$

K dépend :

- de la position du cycliste (en position « aérodynamique », K est plus petit)
- du type de vélo
- de la morphologie du cycliste
- de l'équipement du cycliste (casque, combinaison...)
- de la densité de l'air (La densité de l'air, K et donc le frottement de l'air diminuent avec l'altitude. On se souviendra du record de l'heure en altitude de Merckx à Mexico en 1972)

On rappelle que :

$$V(\text{en km/h}) = 3,6 \times V(\text{en m/s})$$
$$\text{ou } V(\text{en m/s}) = \frac{V(\text{en km/h})}{3,6}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Exemples :} & 5 \text{ m/s} & \Leftrightarrow 5 \times 3,6 = 18 \text{ km/h} \\ & 36 \text{ km/h} & \Leftrightarrow 36 / 3,6 = 10 \text{ m/s} \end{array}$$

Pour un cycliste donné : $K = 0,20 \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$
(dans la partie 6 on donne une méthode de calcul de votre propre K)

$$\text{A } 18 \text{ km/h : } F_{\text{air}} = KV^2 = 0,20 \times 5 \times 5 = 5 \text{ N}$$

$$\text{A } 36 \text{ km/h : } F_{\text{air}} = 0,20 \times 10 \times 10 = 20 \text{ N}$$

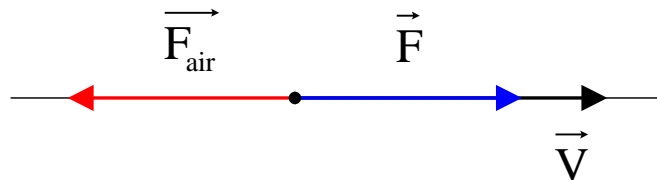
$$\text{A } 54 \text{ km/h : } F_{\text{air}} = 0,20 \times 15 \times 15 = 45 \text{ N}$$

Commentaire : quand on double la vitesse, les frottements de l'air sont multipliés par 4.
Quand on triple la vitesse, les frottements de l'air sont multipliés par 9 !

2. Cycliste se déplaçant sur terrain plat

On suppose qu'il n'y a pas de vent.

A vitesse constante, la force de déplacement \vec{F} du cycliste compense exactement la force de frottement de l'air \vec{F}_{air} .



$$\vec{F}_{\text{air}} + \vec{F} = \vec{0} \quad (\text{principe fondamental de la statique})$$

En intensité : $\mathbf{F = F_{air}}$ (2)

La puissance mécanique fournie par le cycliste (en watts) est liée à la force de déplacement (en newton) et à la vitesse (en m/s) par la relation :

$$\mathbf{P = FV}$$
 (3)

Les relations (1), (2) et (3) permettent d'écrire : $\mathbf{P = KV^3}$ (4)

On donne : $K = 0,20 \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$

A 18 km/h : $P = KV^3 = 0,20 \times 5 \times 5 \times 5 = 25 \text{ W}$

A 36 km/h : $P = KV^3 = 0,20 \times 10 \times 10 \times 10 = 200 \text{ W}$

A 54 km/h : $P = KV^3 = 0,20 \times 15 \times 15 \times 15 = 675 \text{ W}$

Commentaire : pour doubler sa vitesse, il faut multiplier sa puissance par 8 !
Pour tripler sa vitesse, il faut multiplier sa puissance par 27 !

Tableau n°1 : influence du coefficient de frottement de l'air

P (en watts)	K = 0,20 N·s ² /m ²		K = 0,25 N·s ² /m ²
	V (en m/s)	V (en km/h)	V (en km/h)
100	7,94	28,6	26,5
150	9,09	32,7	30,4
200	10,0	36,0	33,4
250	10,8	38,8	36,0
300	11,4	41,2	38,3
350	12,1	43,4	40,3
400	12,6	45,4	42,1
450	13,1	47,2	43,8
500	13,6	48,9	45,4

Commentaire : on a intérêt à avoir un coefficient de frottement de l'air K le plus faible possible.

3. Cycliste se déplaçant sur terrain plat : influence du vent

3.1. Vent de face

Un cycliste se déplace à 25 km/h avec un vent de face de 10 km/h.
Les frottements de l'air sont les mêmes que s'il se déplaçait à 25 + 10 = 35 km/h sans vent.

$$F_{\text{air}} = K(V + V_{\text{vent}})^2$$

$$P = FV = KV(V + V_{\text{vent}})^2$$

3.2. Vent de dos

Un cycliste se déplace à 25 km/h avec un vent favorable de 10 km/h.
Les frottements de l'air sont les mêmes que s'il se déplaçait à 25 - 10 = 15 km/h sans vent.

$$F_{\text{air}} = K(V - V_{\text{vent}})^2$$

$$P = FV = KV(V - V_{\text{vent}})^2$$

Tableau n°2 : influence du vent ($K = 0,20 \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$)

P (en watts)	Vent défavorable 20 km/h	Vent défavorable 10 km/h	Vent nul	Vent favorable 10 km/h	Vent favorable 20 km/h
100	17,0	22,3	28,6	35,6	43,2
150	20,9	26,4	32,7	39,7	47,2
200	24,0	29,7	36,0	43,0	50,4
250	26,7	32,4	38,8	45,7	53,1
300	29,1	34,8	41,2	48,1	55,5
350	31,1	37,0	43,4	50,3	57,6
400	33,1	38,9	45,4	52,3	59,6
450	34,9	40,8	47,2	54,1	61,4
500	36,5	42,4	48,9	55,7	63,0

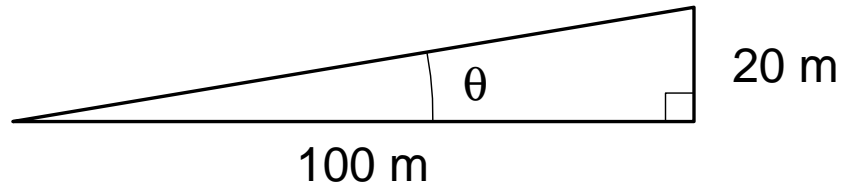
Tableau n°3 : Puissance à vitesse constante (36 km/h ; $K = 0,20 \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$)

Vent (km/h)	P (W)	Vent (km/h)	P (W)
-20	484	0	200
-18	450	+2	178
-16	417	+4	158
-14	386	+6	139
-12	356	+8	121
-10	327	+10	104
-8	299	+12	89
-6	272	+14	75
-4	247	+16	62
-2	223	+18	50
0	200	+20	40

4. Cycliste en côte

4.1. Pourcentage d'une pente

Voici la définition d'une côte de $p = 20 \%$:



$$\tan \theta = \frac{P}{100}$$

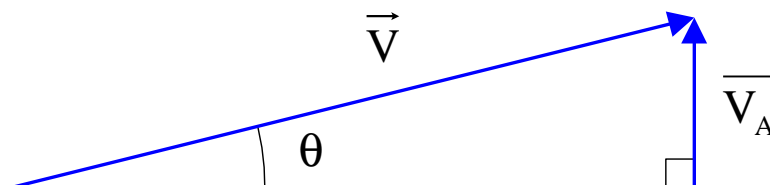
Tableau n°4

Pourcentage (%)	Pente θ (°)	Pourcentage (%)	Pente θ (°)
1	0,57	11	6,28
2	1,15	12	6,84
3	1,72	13	7,41
4	2,29	14	7,97
5	2,86	15	8,53
6	3,43	16	9,09
7	4,00	17	9,65
8	4,57	18	10,20
9	5,14	19	10,76
10	5,71	20	11,31

4.2. Vitesse ascensionnelle

Si vous montez un col de dénivelé 600 m en 45 min, cela vous donne une vitesse ascensionnelle moyenne de 800 mètres par heure :

$$V_A = \frac{600 \text{ m}}{\frac{45}{60}} = \frac{600 \text{ m}}{0,75 \text{ h}} = 800 \text{ m/h}$$



$$\sin \theta = \frac{V_A \text{ (en m/h)}}{1000 \times V \text{ (en km/h)}}$$

Relation approchée :

En première approximation : $\sin \theta \approx \tan \theta$

$$V_A (\text{en m/h}) \approx 10 \times p \times V (\text{en km/h})$$

Exemples :

15 km/h dans une pente de 6 % \Leftrightarrow vitesse ascensionnelle d'environ 900 m/h

18 km/h dans une pente de 5 % \Leftrightarrow vitesse ascensionnelle d'environ 900 m/h

9 km/h dans une pente de 10 % \Leftrightarrow vitesse ascensionnelle d'environ 900 m/h

Relation exacte :

$$\tan \theta = \frac{p}{100}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{p}{100} \right)$$

$$V_A = 1000V \sin \theta$$

$$V_A = 1000V \sin \left(\tan^{-1} \left(\frac{p}{100} \right) \right)$$

15 km/h dans une pente de 6 % \Leftrightarrow vitesse ascensionnelle de 898,4 m/h

Tableau n°5 : vitesse ascensionnelle (en m/h)

	4 %	6 %	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %	18 %	20 %
6 km/h	239,8	359,4	478,5	597,0	714,9	831,9	947,9	1062,9	1176,7
8 km/h	319,7	479,1	638,0	796,0	953,2	1109,2	1263,9	1417,2	1568,9
10 km/h	399,7	598,9	797,5	995,0	1191,5	1386,5	1579,9	1771,5	1961,2
12 km/h	479,6	718,7	956,9	1194,0	1429,7	1663,8	1895,9	2125,8	
14 km/h	559,6	838,5	1116,4	1393,1	1668,0	1941,1	2211,9		
16 km/h	639,5	958,3	1275,9	1592,1	1906,3	2218,4			
18 km/h	719,4	1078,1	1435,4	1791,1	2144,6				
20 km/h	799,4	1197,8	1594,9	1990,1					
22 km/h	879,3	1317,6	1754,4	2189,1					
24 km/h	959,2	1437,4	1913,9						
26 km/h	1039,2	1557,2	2073,4						
28 km/h	1119,1	1677,0	2232,9						
30 km/h	1199,0	1796,8							

Autre relation :

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{V_A}{1000 \times V} \right)$$

$$p = 100 \tan \theta$$

$$p = 100 \tan \left(\sin^{-1} \left(\frac{V_A}{1000 \times V} \right) \right)$$

V_A en m/h

V en km/h

4.3. Bilan des forces

On suppose qu'il n'y a pas de vent.

En côte, la vitesse est plus faible que sur le plat, et les frottements de l'air moins importants. La force musculaire servira principalement à compenser le poids.

Le poids P (ou force de pesanteur) est lié à la masse par la relation :

$$P = Mg$$

M = masse totale = masse du cycliste + masse du vélo (en kg)

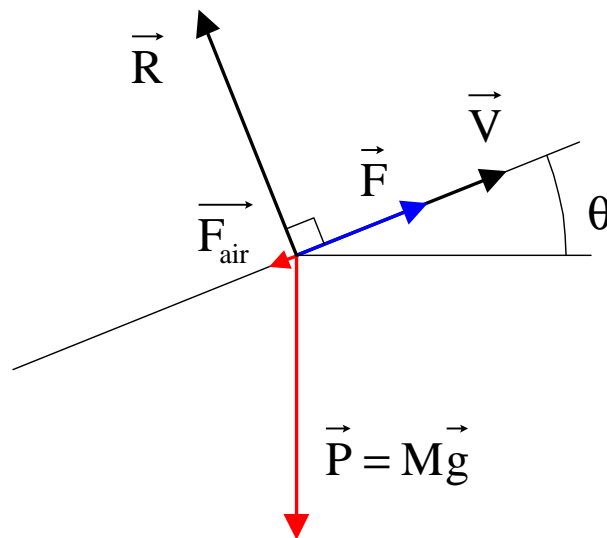
g est l'intensité de la pesanteur

$g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ (en France)

Exemple : $70 \text{ kg} + 10 \text{ kg} = 80 \text{ kg}$

$P = 80 \times 9,81 = 784,8 \text{ newtons}$

A vitesse constante :



$$\vec{F}_{\text{air}} + \vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \quad (\text{principe fondamental de la statique})$$

\vec{R} est la force de réaction du sol sur les roues

Par projection axiale, on obtient : $F = F_{\text{air}} + P \sin \theta$

$$F = F_{\text{air}} + Mg \sin \theta$$

$$F = KV^2 + Mg \sin \theta$$

Sur terrain plat, $\theta = 0^\circ$ et on retrouve : $F = F_{\text{air}}$

Puissance :

$$P = FV$$

$$P = KV^3 + MgV \sin \theta$$

$$P = KV^3 + Mg \frac{V_A}{3600}$$

$$P = K \left(\frac{V_A}{3600 \sin \theta} \right)^3 + Mg \frac{V_A}{3600}$$

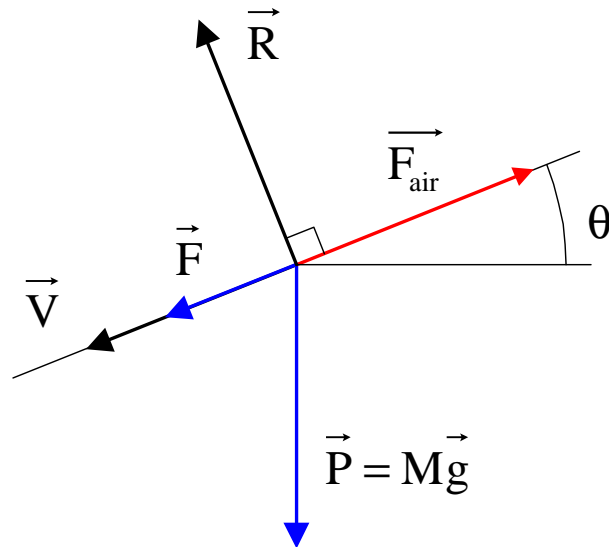
V : vitesse du cycliste en m/s

V_A : vitesse ascensionnelle en m/h

Conséquence : à puissance égale et à coefficient K égal, un coureur léger monte plus vite qu'un coureur lourd !

5. Cycliste en descente

A vitesse constante :



$$\vec{F}_{\text{air}} + \vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \quad (\text{principe fondamental de la statique})$$

Par projection axiale, on obtient : $F + P \sin \theta = F_{\text{air}}$

$$F = F_{\text{air}} - Mg \sin \theta$$

$$F = KV^2 - Mg \sin \theta$$

$$P = FV$$

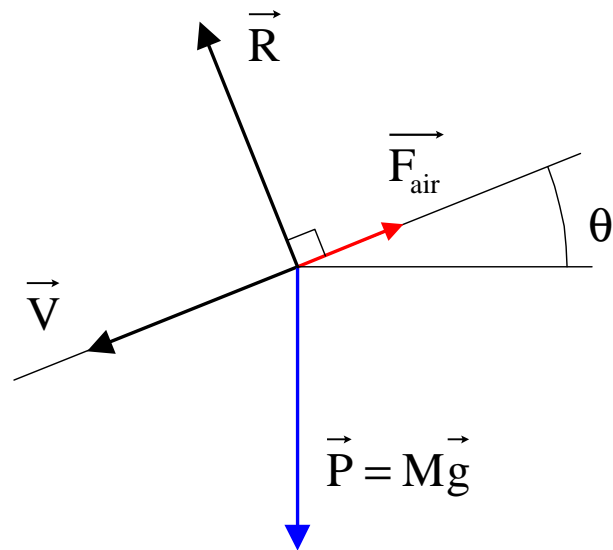
$$P = KV^3 - MgV \sin \theta$$

$$P = KV^3 - Mg \frac{V_A}{3600}$$

V : vitesse du cycliste en m/s

V_A : vitesse ascensionnelle en m/h

➤ Descente en roue libre ($P = 0 \text{ W}$; $F = 0 \text{ N}$)



$$F_{\text{air}} = Mg \sin \theta$$
$$KV^2 = Mg \sin \theta$$

$$V = \sqrt{\frac{Mg \sin \theta}{K}}$$

Exemples : $K = 0,20 \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$; pente 5 % ; 70 kg + 10 kg (vélo) = 80 kg

$$V = \sqrt{\frac{Mg \sin \theta}{K}} = \sqrt{\frac{80 \times 9,81 \times \sin(2,86^\circ)}{0,20}} = 14,0 \text{ m/s} = 50,4 \text{ km/h}$$

$K = 0,20 \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$; pente 5 % ; 80 kg + 10 kg (vélo) = 90 kg

$$V = \sqrt{\frac{Mg \sin \theta}{K}} = \sqrt{\frac{90 \times 9,81 \times \sin(2,86^\circ)}{0,20}} = 14,8 \text{ m/s} = 53,5 \text{ km/h}$$

Conséquence : à K égal, un coureur lourd descend plus vite qu'un coureur léger...

6. Détermination expérimentale du coefficient de frottement dans l'air K

Matériel :

- un compteur de vitesse
- un cardiofréquencemètre (ou une bonne connaissance de soi-même)
- un variomètre (ou une bonne carte)

Pour une même puissance P (même pulsation cardiaque), même vélo, même position et avec vent nul, il vous faut mesurer :

- la vitesse sur le plat (V_{plat})
- la vitesse dans une côte ($V_{\text{côte}}$) de pourcentage p.

Calcul du coefficient de frottement dans l'air K

$$P = KV_{\text{plat}}^3 = KV_{\text{côte}}^3 + Mg \frac{V_A}{3600}$$

$$K(V_{\text{plat}}^3 - V_{\text{côte}}^3) = Mg \frac{V_A}{3600}$$

$$K = Mg \frac{V_A}{3600(V_{\text{plat}}^3 - V_{\text{côte}}^3)}$$

ou

$$K = Mg \frac{V_{\text{côte}} \sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{p}{100}\right)\right)}{(V_{\text{plat}}^3 - V_{\text{côte}}^3)}$$

(vitesses en m/s)

En première approximation :

$$P = KV_{\text{plat}}^3 = KV_{\text{côte}}^3 + Mg \frac{V_A}{3600} \approx KV_{\text{côte}}^3 + Mg \frac{pV_{\text{côte}}}{360}$$

$$K \approx Mg \frac{pV_{\text{côte}}}{360(V_{\text{plat}}^3 - V_{\text{côte}}^3)}$$

(vitesses en m/s)

Exemple de calcul :

$M = 75 \text{ kg (vous)} + 10 \text{ kg (vélo)} = 85 \text{ kg}$

Si vous montez un col de pente moyenne 6,0 % à la vitesse moyenne de 15,6 km/h et que votre vitesse lors d'un même effort sur le plat est de 41 km/h alors :

$$\begin{aligned} V_A \text{ (en m/h)} &\approx 10 \times p \times V_{\text{côte}} \text{ (en km/h)} \\ &\approx 10 \times 6,0 \times 15,6 \approx 936 \text{ m/h} \end{aligned}$$

$$K = Mg \frac{V_A}{3600(V_{\text{plat}}^3 - V_{\text{côte}}^3)} = 85 \times 9,81 \times \frac{936}{3600 \left(\left(\frac{41}{3,6} \right)^3 - \left(\frac{15,6}{3,6} \right)^3 \right)} = 0,155 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$$

Votre puissance est donc :

$$P = KV_{\text{plat}}^3 = 0,155 \times \left(\frac{41}{3,6} \right)^3 = 229 \text{ W}$$

$$\text{ou : } P = KV_{\text{côte}}^3 + Mg \frac{V_A}{3600} = 0,155 \times \left(\frac{15,6}{3,6} \right)^3 + 85 \times 9,81 \times \frac{936}{3600} = 13 + 216 = 229 \text{ W}$$

Remarque : dans ce col, 94 % de votre énergie sert à vaincre le poids (216 W sur 229 W).

Bibliographie

- Wikipédia : article sur le Principe fondamental de la statique
- http://fitnesscar.free.fr/rendement_energetique_de_velos.htm
- Sujet du CAPES externe de Physique appliquée (session 2003)